

Zadanie 3.1. Egzamin maj 2006 r. Arkusz I, zadanie 1. SUMA SILNI

Pojęcie silni dla liczb naturalnych większych od zera definiuje się następująco:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n=1 \\ (n-1)! \cdot n & \text{dla } n>1 \end{cases}$$

Rozpatrzmy funkcję $ss(n)$ zdefiniowaną następująco:

$$ss(n) = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n! \quad (*)$$

gdzie n jest liczbą naturalną większą od zera.

- a) Podaj, ile mnożeń trzeba wykonać, aby obliczyć wartość funkcji $ss(n)$, korzystając **wprost z podanych wzorów, tzn. obliczając każdą silnię we wzorze (*) oddzielnie**.

Uzupełnij poniższą tabelę.

<i>Wartość funkcji</i>	<i>Liczba mnożeń</i>
$ss(3)$	$0 + 1 + 2 = 3$
$ss(4)$	$0 + 1 + 2 + 3 = 6$
$ss(n)$	$0 + 1 + 2 + \dots + n - 1 = \frac{n(n-1)}{2}$

- b) Zauważmy, że we wzorze na $ss(n)$, czynnik 2 występuje w $n-1$ silniach, czynnik 3 w $n-2$ silniach, ..., czynnik n w 1 silni. Korzystając z tej obserwacji przekształć wzór funkcji $ss(n)$ tak, aby można było policzyć wartość $ss(n)$, wykonując dokładnie $n-2$ mnożenia dla każdego $n \geq 2$. Uzupełnij poniższą tabelę (w ostatnim wierszu wypełnij tylko pusty prostokąt).

<i>Wartość funkcji</i>	<i>Przekształcony wzór</i>	<i>Liczba mnożeń</i>
$ss(1)$	1	0
$ss(2)$	$1 + 2$	0
$ss(3)$	$1 + 2 * (1 + 3)$	1
$ss(4)$	$1 + 2 * (1 + 3 * (1 + 4))$	2
$ss(5)$	$1 + 2 * (1 + 3 * (1 + 4 * (1 + 5)))$	3
$ss(n)$	$1 + 2 * (1 + 3 * (1 + \dots (n-2) * (\boxed{1 + (n-1) * (1 + n)}) \dots))$	$n-2$

Zapisz w wybranej przez siebie notacji (lista kroków, schemat blokowy lub język programowania) algorytm obliczania wartości funkcji $ss(n)$ zgodnie ze wzorem zapisanym przez Ciebie w tabeli. Podaj specyfikację dla tego algorytmu.

Specyfikacja:

Dane: Liczba naturalna: $n > 0$.

Wynik: Suma ss ciągu liczb całkowitych postaci: $1! + 2! + 3! + \dots + n!$

Listing (zad_b.py):

```
def zad_b(n):  
    if n == 1: ss = 1  
    else:  
        ss = 1 + n  
        i = n - 1  
        while i > 1:  
            ss = 1 + i * ss  
            i -= 1  
    return ss;  
  
print(zad_b(4))
```