

Michał Kremzer

WSTĘP DO MATEMATYKI DYSKRETNEJ, RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI RÓŻNICZKOWO-FUNKCYJNYCH, GEOMETRII TRÓJWYMIAROWEJ I FUNKCJI WIELU ZMIENNYCH

{
Zadania dla studentów
i kandydatów na studia
}

Helion

Wydawnictwo
Naukowe
Helion

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz wydawca dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz wydawca nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite / Olsztyn
Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprocki

Materiały graficzne w książce i na okładce zostały wykorzystane za zgodą Shutterstock.com.

Helion S.A.

ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice

tel. 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <https://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<https://helion.pl/user/opinie/wsdoma>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-8322-432-9

Copyright © Helion S.A. 2023

Printed in Poland.

- Kup książkę
- Poleć książkę
- Oceń książkę

- Księgarnia internetowa
- Lubię to! » Nasza społeczność

SPIS TREŚCI

MATEMATYKA Z PODŁOGĄ I SUFITEM	7
LICZBA KWADRATÓW W LICZBIE	16
ZBIORY	20
PRZEDZIAŁY	21
PRZEDSTAWIENIE LICZBY	25
FUNKCJE	27
GRANICA CIĄGU	29
GRANICA FUNKCJI	30
POCHODNA FUNKCJI	31
POCHODNE WYŻSZYCH RZĘDÓW	33
EKSTREMA, PUNKTY PRZEGIĘCIA	34
ASYMPTOTY	35
MACIERZE I WYZNACZNIKI	37
UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH	39
GEOMETRIA ANALITYCZNA NA PŁASZCZYŹNIE	40

GEOMETRIA ANALITYCZNA W PRZESTRZENI	42
LICZBY ZESPOLONE	44
LICZBY ZESPOLONE I FUNKCJE	45
CAŁKI	47
FUNKCJE DWÓCH ZMIENNYCH	49
ANALIZA MATEMATYCZNA	50
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI RÓŻNICZKOWE	56
ALGEBRA I GEOMETRIA ANALITYCZNA	59
RÓWNANIA FUNKCYJNE	63
FUNKCJE CYKLOMETRYCZNE	66
ZADANIA RÓŻNE	68
ROZWIĄZANIA	70

ZBIORY

1. Przedstaw zbiór liczb rzeczywistych w postaci sumy trzech nieskończonych i parami rozłącznych przedziałów, tak aby w co najmniej dwóch tych przedziałach było wykonalne mnożenie.
2. Przedstaw zbiór liczb rzeczywistych w postaci sumy trzech nieograniczonych i parami rozłącznych przedziałów.
3. Przedstaw zbiór liczb rzeczywistych w postaci sumy trzech nieograniczonych i parami rozłącznych zbiorów, które nie są przedziałami i w co najmniej dwóch tych zbiorach wykonalne jest mnożenie.
4. Wyznacz największy przedział zawarty w zbiorze liczb dodatnich i posiadający taką własność, że suma dwóch elementów z tego przedziału jest mniejsza od ich iloczynu.
5. Przedział liczbowy ma własność W , jeżeli jest ograniczony i zawiera co najmniej trzy liczby całkowite oraz swój lewy koniec, który jest równy sumie wszystkich liczb całkowitych należących do tego przedziału. Podaj przykład przedziału obustronnie domkniętego o własności W .
6. Wyznacz wszystkie możliwe wartości lewego końca przedziału o własności W .
7. Co możemy powiedzieć o sumie i iloczynie dwóch przedziałów o własności W ?
8. Wyznacz dwa przedziały o własności W , których różnica jest przedziałem $\langle 5,3; 5,7 \rangle$. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania.

PRZEDZIAŁY

1. Podaj przykład przedziału obustronnie domkniętego, w którym wszystkie liczby całkowite są kwadratami liczb całkowitych, a różnica końców tego przedziału wynosi 2,5.
2. Podaj przykład przedziału obustronnie otwartego, w którym znajdują się co najmniej dwie liczby całkowite i wszystkie liczby całkowite należące do tego przedziału są liczbami pierwszymi.
3. Podaj przykład przedziału obustronnie domkniętego, w którym nie ma liczb całkowitych, ale jest dokładnie jedna połówka liczby całkowitej. Uwaga: Nie należy w rozwiązaniu (tego zadania i następnych) podawać przedziałów skrajnych, tzn. zbioru liczb rzeczywistych, zbioru jednoelementowego i zbioru pustego.
4. Podaj przykład przedziału, w którym nie ma liczb całkowitych, ale są dokładnie dwie połówki liczb całkowitych.
5. Do przedziału obustronnie domkniętego o całkowitych końcach należą dokładnie dwa pierwiastki kwadratowe z liczb całkowitych nieujemnych. Wyznacz ten przedział. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania.
6. Do przedziału obustronnie domkniętego o całkowitych końcach należy dokładnie sześć pierwiastków kwadratowych z liczb całkowitych nieujemnych. Wyznacz ten przedział. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania.
7. Ile wynosi różnica liczby liczb parzystych i liczby liczb nieparzystych należących do ustalonego przedziału?

8. Do pewnego przedziału obustronnie domkniętego należą wszystkie potęgi liczby 0,5 o wykładnikach naturalnych większych od 1. Ile co najmniej może wynosić dodatnia różnica końców tego przedziału? Dla wyznaczonej różnicy podaj przedział ją realizujący?

9. Do pewnego przedziału obustronnie domkniętego należą dokładnie trzy ułamki egipskie. Jeden z tych ułamków jest jednym z końców tego przedziału. Długość tego przedziału wynosi 4. Wyznacz wszystkie takie przedziały. Ułamkiem egipskim nazywamy odwrotność liczby naturalnej większej od 1. Długością przedziału obustronnie domkniętego jest nieujemna różnica jego końców.

10. Podaj przykład przedziału, do którego należą dokładnie cztery liczby wymierne.

11. Suma cyfr każdej liczby naturalnej należącej do pewnego przedziału również należy do tego przedziału. Wyznacz wszystkie przedziały nieograniczone zawarte w zbiorze liczb dodatnich i spełniające powyższy warunek. Przedział jest nieograniczony, jeżeli nie istnieją liczby rzeczywiste a i b takie, że przedział ten zawarty jest w przedziale (a, b) .

12. Część całkowita każdej liczby rzeczywistej należącej do pewnego przedziału również należy do tego przedziału. Wyznacz wszystkie przedziały nieskończone, które spełniają powyższy warunek. Częścią całkowitą liczby rzeczywistej x nazywamy największą liczbę całkowitą nie większą od x .

13. Podaj przykład dwóch przedziałów, których różnica jest zbiorem jednoelementowym.

14. Podaj przykład dwóch przedziałów, których różnica jest zbiorem dwuelementowym.

15. Podaj przykład dwóch przedziałów, z których żaden nie jest obustronnie otwarty, a suma tych przedziałów jest przedziałem $(0, 1)$.

16. Podaj przykład dwóch przedziałów, z których żaden nie jest obustronnie domknięty, a iloczyn tych przedziałów jest przedziałem $\langle 1, 2 \rangle$.

17. Podaj przykład przedziału A takiego, że zbiór $\mathbb{R} \setminus A$ również jest przedziałem.

18. Do jednego przedziału należą dokładnie trzy liczby całkowite, a do drugiego — dokładnie dwie liczby całkowite. Ile co najmniej i ile co najwyżej liczb całkowitych może należeć do sumy tych przedziałów?

19. Do jednego przedziału należą dokładnie cztery liczby całkowite, a do drugiego — dokładnie trzy liczby całkowite. Ile co najmniej i ile co najwyżej liczb całkowitych może należeć do iloczynu tych przedziałów?

20. Do przedziału A należy dokładnie pięć liczb całkowitych, a do przedziału B należą dokładnie dwie liczby całkowite. Ile co najmniej i ile co najwyżej liczb całkowitych może należeć do zbioru

a) $A \setminus B$?

b) $B \setminus A$?

21. Liczba 7 jest lewym końcem pewnego przedziału obustronnie domkniętego. Przedział ten ma długość, która do niego należy. Ile co najmniej może wynosić prawy koniec tego przedziału? Długością przedziału obustronnie domkniętego nazywamy nieujemną różnicę jego końców.

22. Lewym końcem pewnego przedziału obustronnie domkniętego jest liczba ujemna. Przedział ten ma długość, która do niego należy. Podaj przykład takiego przedziału.

23. Wyznacz najmniejszy przedział, do którego należą wszystkie miary kątów wielokątów wypukłych. Chodzi o miary wyrażone w radianach. Najmniejszy przedział spełniający dany warunek to taki przedział X , że każdy inny przedział spełniający ten warunek zawiera ten przedział.

24. Istnieje dokładnie jeden czworokąt, w którym długości dwóch boków wynoszą 3 i 5, a miary wszystkich kątów (tego czworokąta) należą do przedziału X . Chodzi o miary wyrażone w radianach. Wyznacz wszystkie przedziały X spełniające powyższy warunek.

ZBIORY

1. suma przedziałów: $(-\infty, 0)$, $\langle 0, 1 \rangle$, $(1, \infty)$
2. Nie ma takiego przedstawienia.
3. suma zbioru liczb parzystych, zbioru liczb nieparzystych i zbioru liczb niecałkowitych
4. przedział $(2, \infty)$
5. $\langle -8, 7 \rangle$
6. liczby całkowite mniejsze od -1
7. Jest jednym z tych przedziałów.
8. $\langle -6; 5,3 \rangle$ i $\langle -6; 5,7 \rangle$

PRZEDZIAŁY

1. $\langle -0,75; 1,75 \rangle$
2. $(1, 4)$
3. $\langle 0,25; 0,75 \rangle$
4. Nie ma takiego przedziału.
5. $\langle a, 1 \rangle$, a – liczba całkowita niedodatnia
6. $\langle 2, 3 \rangle$
7. $-1, 0$ lub 1
8. $0,25; \langle 0; 0,25 \rangle$

9. $\langle 0,25; 4,25 \rangle$
10. Nie ma takiego przedziału.
11. nadzbiory przedziału $\langle 1, \infty \rangle$ zawarte w zbiorze liczb dodatnich
12. \mathbb{R} , $(-\infty, a)$, $(-\infty, a]$, wszystkie przedziały lewostronnie domknięte, których lewym końcem jest liczba całkowita
13. $\langle 1, 2 \rangle$ i $\langle 1, 2)$
14. $\langle 1, 2 \rangle$ i $(1, 2)$
15. $(0; 0,5 \rangle$ i $\langle 0,25, 1)$
16. $(0, 2 \rangle$ i $\langle 1, 3)$
17. $(-\infty, 2 \rangle$
18. 5 i 3
19. 3 i 0
20. a) 5 i 3
b) 2 i 0
21. 14
22. Nie ma takiego przedziału.
23. $(0, \pi)$
24. przedziały lewostronnie domknięte o lewym końcu równym $0,5\pi$ oraz przedziały prawostronnie domknięte o prawym końcu równym $0,5\pi$

PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA
Helion 

Ten obszerny zbiór zadań, skierowany do osób o różnym stopniu zaawansowania, może być przydatny zarówno dla uczniów i kandydatów na studia, jak i dla studentów pierwszych lat kierunków technicznych. Tym razem Michał Kremzer — matematyk i twórca ponad 450 publikacji, w tym Artykułu Roku 2006 — wzięł na tapet matematykę dyskretną, równania i nierówności różniczkowo-funkcyjne, a także geometrię trójwymiarową.


Podobnie jak we wcześniejszej pozycji tego autora, *Wstępnie do analizy matematycznej, algebry i równań różniczkowych. Zadania dla studentów i kandydatów na studia*, i tu mamy do czynienia ze starannie opracowanym zbiorem zróżnicowanych zadań, pomyślanym tak, aby możliwie jak najbardziej zainteresować odbiorcę, a jednocześnie pozwalającym mu w przystępny sposób i od strony praktycznej zapoznać się z najważniejszymi zagadnieniami matematycznymi. Matematyka nie musi być nudna ani męcząca — zebrane tutaj zadania naprawdę angażują, a ich rozwiązywanie sprawia prawdziwą frajdę! Dlatego z tej pozycji skorzystają nie tylko uczniowie i studenci — może to być także satysfakcjonująca rozrywka intelektualna dla tych, którym dotąd z matematyką było nie po drodze.

Dzięki książce przećwiczysz takie zagadnienia jak:

- funkcje wielu zmiennych
- granice ciągów i funkcji
- pochodne
- geometria analityczna
- liczby zespolone
- całki

...i znacznie więcej! Do dzieła!

Helion 

 helion.pl

 **HELION SA**
ul. Kościuszki 1c
44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
helion@helion.pl

KOD KORZYŚCI
Sięgnij po więcej! ▶



ISBN 978-83-8322-432-9



Cena: 39,90 zł