

DO NOWEJ PODSTAWY
PROGRAMOWEJ

PODRĘCZNIK dla szkoły podstawowej

Klasa 5

Matematyka

Europejczyka



Zawiera CD

Jolanta Borzyszkowska, Maria Stolarska

 **Helion**
EDUKACJA

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki, na podstawie opinii rzeczoznawców:
mgr Urszuli Łączyńskiej, dr. Witolda Pająka, dr. Krzysztofa Koca.

Etap edukacyjny: II.

Typ szkoły: szkoła podstawowa.

Rok dopuszczenia 2013.

Numer ewidencyjny w wykazie: 388/2/2013

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Wydawnictwo HELION dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Wydawnictwo HELION nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktorzy prowadzący: Joanna Łotocka, Rozalia Radecka

Projekt okładki: ULABUKA

Autorem ilustracji wykorzystanej na okładce jest Artur Rajch.

Wydawnictwo HELION

ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<http://helion.pl/user/opinie?pospm5>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-246-1770-8

Copyright © Helion 2013

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to!» Nasza społeczność](#)

SPIS TREŚCI

Witajcie, Piątoklasiści! **s. 6**

Rozdział 1. Liczby naturalne **s. 9**

- 1.1. Odczytywanie i zapisywanie liczb
w dziesiętkowym systemie pozycyjnym **s. 10**
- 1.2. Porównywanie liczb, oś liczbowa **s. 15**
- 1.3. Szacowanie wyników **s. 18**
- 1.4. Dodawanie i odejmowanie liczb naturalnych **s. 21**
- 1.5. Mnożenie pamięciowe i pisemne **s. 25**
- 1.6. Dzielenie pamięciowe i pisemne **s. 30**
- 1.7. Kolejność wykonywania działań **s. 34**
- 1.8. Praca z kalkulatorem **s. 36**
- 1.9. Tabele — odczytywanie i tworzenie **s. 39**
- 1.10. Równania **s. 43**
- 1.11. Dzielniki i wielokrotności liczb naturalnych **s. 49**
- 1.12. Cechy podzielności liczb naturalnych **s. 52**
- 1.13. Liczby pierwsze i liczby złożone **s. 55**
- 1.14. Rozkład liczb na czynniki pierwsze **s. 58**

Rozdział 2. Ułamki zwykłe **s. 61**

- 2.1. Ułamki i liczby mieszane **s. 62**
- 2.2. Ułamek jako iloraz **s. 68**
- 2.3. Rozszerzanie i skracanie ułamków zwykłych **s. 71**
- 2.4. Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika **s. 76**
- 2.5. Porównywanie ułamków zwykłych **s. 78**
- 2.6. Ułamki zwykłe na osi liczbowej **s. 81**

- 2.7. Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach **s. 83**
- 2.8. Dodawanie ułamków o różnych mianownikach **s. 87**
- 2.9. Odejmowanie ułamków o różnych mianownikach **s. 89**
- 2.10. Mnożenie ułamków zwykłych przez liczby naturalne **s. 92**
- 2.11. Obliczanie ułamka danej liczby **s. 96**
- 2.12. Liczba i jej odwrotność **s. 99**
- 2.13. Dzielenie ułamków przez liczby naturalne **s. 100**

Rozdział 3. Ułamki dziesiętne s. 105

- 3.1. Zapis ułamków dziesiętnych **s. 106**
- 3.2. Odczytywanie ułamków dziesiętnych **s. 109**
- 3.3. Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne **s. 111**
- 3.4. Ułamki dziesiętne na osi liczbowej **s. 113**
- 3.5. Równość ułamków dziesiętnych **s. 115**
- 3.6. Porównywanie ułamków dziesiętnych **s. 117**
- 3.7. Dodawanie pamięciowe ułamków dziesiętnych **s. 120**
- 3.8. Dodawanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym **s. 123**
- 3.9. Odejmowanie pamięciowe ułamków dziesiętnych **s. 125**
- 3.10. Odejmowanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym **s. 127**
- 3.11. Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne **s. 130**
- 3.12. Dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne **s. 133**
- 3.13. Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000 itd. **s. 136**
- 3.14. Szacowanie wyników działań na ułamkach dziesiętnych **s. 140**
- 3.15. Pojęcie procentu **s. 142**

Rozdział 4. Figury płaskie s. 147

- 4.1. Podstawowe figury geometryczne **s. 148**
- 4.2. Proste oraz odcinki równoległe i prostopadłe **s. 151**
- 4.3. Odległość punktu od prostej **s. 156**

- 4.4. Rodzaje kątów **s. 158**
- 4.5. Kąty przyległe i wierzchołkowe **s. 163**
- 4.6. Wielokąty, obwód wielokąta **s. 168**
- 4.7. Trójkąt i jego własności **s. 173**
- 4.8. Rodzaje trójkątów **s. 176**
- 4.9. Konstrukcje trójkątów **s. 181**
- 4.10. Prostokąt i kwadrat **s. 185**
- 4.11. Równoległobok i romb **s. 190**
- 4.12. Trapez **s. 195**
- 4.13. Klasyfikacja czworokątów **s. 198**
- 4.14. Wielokąty w skali **s. 201**

Rozdział 5. Pola wielokątów s. 207

- 5.1. Pole figury **s. 208**
- 5.2. Jednostki pola **s. 211**
- 5.3. Pole prostokąta i kwadratu **s. 214**
- 5.4. Pole równoległoboku **s. 218**
- 5.5. Pole rombu **s. 222**
- 5.6. Wysokości trójkąta **s. 225**
- 5.7. Pole trójkąta **s. 230**
- 5.8. Pole trapezu **s. 232**

Rozdział 6. Figury przestrzenne s. 237

- 6.1. Prostopadłościany **s. 239**
- 6.2. Graniastopy proste **s. 247**
- 6.3. Siatki prostopadłościanów **s. 249**
- 6.4. Siatki graniastopów **s. 255**
- 6.5. Pole powierzchni prostopadłościanów **s. 257**

Odpowiedzi s. 263

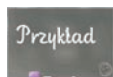
WITAJCIE, PIĄTOKLASIŚCI!

Oto ja, Wasz podręcznik. Od dzisiaj to właśnie ze mną będziecie się uczyć matematyki. Z podręcznikiem tego samego wydawnictwa spotykaliście się w klasie czwartej, a ja jestem jego kontynuacją. Zawieram informacje o liczbach i figurach geometrycznych. Przypomnę Wam, o czym uczyliście się w ubiegłym roku i podam wiele nowych wiadomości.

Ten, kto nie zna matematyki, nie może poznać innych nauk ścisłych i nie może poznać świata — napisał Roger Bacon, angielski filozof średniowieczny. To zdanie do dziś nie traci na swej aktualności.

Bez matematyki niemożliwe byłyby osiągnięcia w dziedzinie fizyki, chemii czy astronomii. Bez znajomości podstawowych reguł matematycznych niezwykle trudne byłoby funkcjonowanie w otaczającej nas rzeczywistości.

Opowiem Wam, jak wyglądam. Podzielony jestem na sześć rozdziałów. Każdy z nich zaczyna się ilustracją związaną z jego treścią. Na końcu rozdziału znajdują się zadania utrwalające. Rozwiązując je, sprawdzicie, czy dobrze zrozumieliście i zapamiętaliście wiadomości z tego rozdziału oraz czy potraficie je stosować. Każdy rozdział składa się z podrozdziałów, z którymi będziecie zapoznawali się na jednej, dwóch lub trzech lekcjach. Podrozdział zawiera omówienie treści lekcji, przykłady, ćwiczenia i zadania. Wyróżnione są one w tekście w następujący sposób:



— przykład pokazuje, w jaki sposób wykonać pewne matematyczne czynności.

— ćwiczenie to bardzo proste zadanie, które należy wykonać, by utrwalić podstawowe umiejętności.

ROZDZIAŁ 5.

POLA WIELOKĄTÓW

- 5.1. Pole figury **s.208**
- 5.2. Jednostki pola **s.211**
- 5.3. Pole prostokąta i kwadratu **s.214**
- 5.4. Pole równoległoboku **s.218**
- 5.5. Pole rombu **s.222**
- 5.6. Wysokości trójkąta **s.225**
- 5.7. Pole trójkąta **s.230**
- 5.8. Pole trapezu **s.232**



Kup książkę
ćwiczenie



przykład



definicja



zwróć uwagę



płyta CD



zadania trudniejsze



zadania testowe



zadania grupowe



zapamiętaj



ciekawostka



łamigłówka

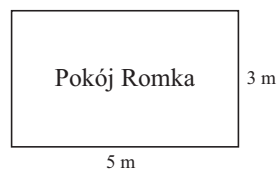
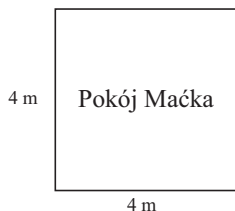


Przyjrzyj się uważnie rysunkowi i odpowiedz na pytania:

- 1 Które obrazy mają kształt prostokątów?
- 2 Który obraz ma kształt kwadratu?
- 3 Który obraz zajmuje najwięcej miejsca na ścianie, a który najmniej?
- 4 Czy dłuższą ramkę ma obrazek z kleksami czy z kwiatami?

5.1. Pole figury

Oto podłogi w pokojach dwóch braci: Maćka i Romka. Podłoga w pokoju Maćka ma wymiary $4\text{ m} \times 4\text{ m}$, a w pokoju Romka — $3\text{ m} \times 5\text{ m}$.

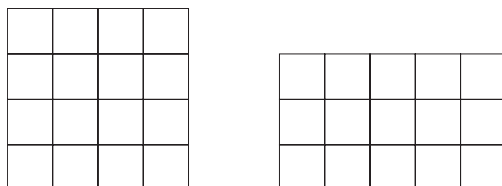


Pokój Romka jest dłuższy. Czy wobec tego jest większy?

Pokój Maćka jest szerszy. Czy wobec tego jest większy?

Pokój Romka ma długość większą o 1 m od pokoju Maćka. Szerokość tego pokoju jest mniejsza niż szerokość pokoju Maćka — również o 1 m. Czy wobec tego oba pokoje są tej samej wielkości?

Problem ten rozwiązał tata chłopców, który postanowił podłogi w ich pokojach wyłożyć kwadratowymi płytami o wymiarach $1\text{ m} \times 1\text{ m}$. Ile takich płyt należy ułożyć w pokoju Maćka, a ile w pokoju Romka? Czyj pokój jest większy? W udzieleniu odpowiedzi na te pytania pomogą rysunki:



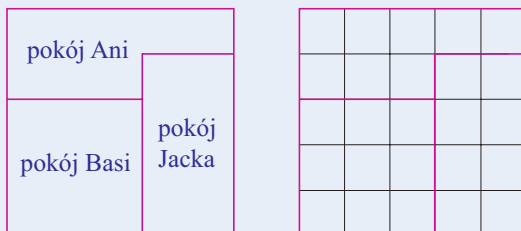
W pokoju Maćka ułożono 16 płyt, a w pokoju Romka — 15 płyt. Pokój Maćka jest w związku z tym większy od pokoju Romka.

Mówimy, że podłoga w pokoju Maćka ma większą powierzchnię lub — w sposób bardziej poprawny matematycznie — że ma większe pole. Obliczanie pola jest sposobem na przedstawienie wielkości figury.



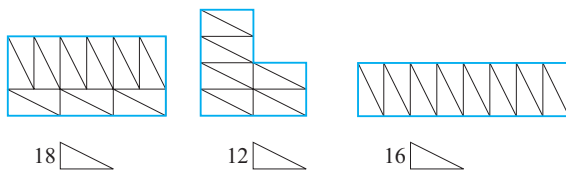
Ćwiczenie 1.

Przypatrzyć się rysunkom i odpowiedzieć, w którym pokoju podłoga ma największą powierzchnię?





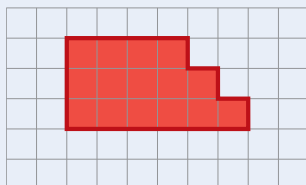
Aby porównać pola kilku figur, należy wypełnić te figury jednakowymi elementami:



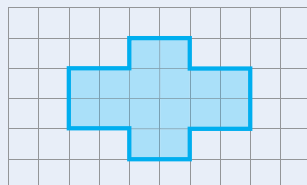
Ćwiczenie 2.

Ile kwadratów mieści się w każdej z figur?

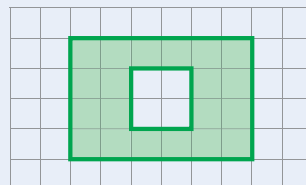
a)



b)



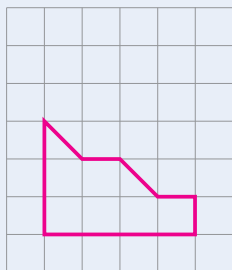
c)



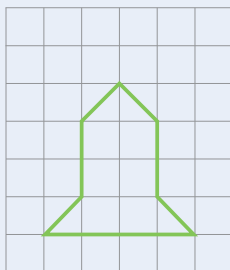
Ćwiczenie 3.

Ile trójkątów mieści się w każdej z figur? Która figura ma najmniejsze pole?

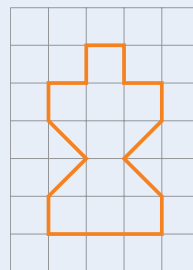
a)



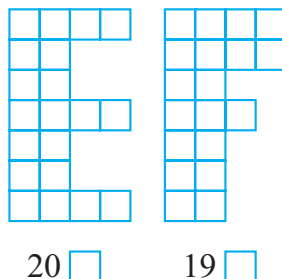
b)



c)



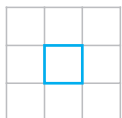
Elementami wypełniającymi figurę są najczęściej kwadraty:



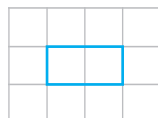
Zadania

- 1 Narysuj trzy różne figury, których pole wynosi

28 kwadratów:



- 2 Narysuj trzy różne figury, w których mieści się 15 prostokątów:



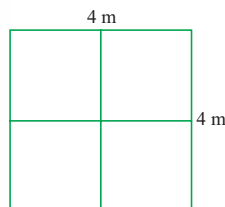
5.2. Jednostki pola

Tata Ani i Ewy wyłożył podłogi w ich pokojach drewnianymi płytami.

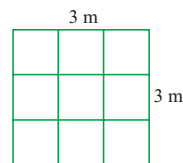
W moim pokoju
ułożono 4 płyty.



A w moim aż 9! Mój
pokój jest o wiele większy!

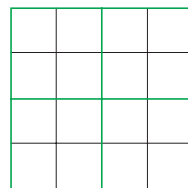


pokój Ani



pokój Ewy

Aby porównać powierzchnię podłóg pokojów obu dziewczynek, należy pokój Ani podzielić na takie same elementy, na jakie został podzielony pokój Ewy, czyli na kwadraty o wymiarach $1\text{ m} \times 1\text{ m}$.



Na podłodze w pokoju Ani zmieści się 16 kwadratów o wymiarach $1\text{ m} \times 1\text{ m}$, a w pokoju Ewy — tylko 9 takich kwadratów. A zatem większy jest pokój Ani.

Jeżeli chcemy podać pole mniejszej figury (np. prostokąta wyznaczanego przez blat stołu), posłużymy się kwadratami o wymiarach $1\text{ dm} \times 1\text{ dm}$. Możemy też użyć kwadratów o wymiarach $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ lub $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$.



Pola kwadratów o bokach 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km to **jednostki pola**. Mają one ustalone nazwy:

1 m² (czytamy: 1 metr kwadratowy) to pole kwadratu o boku 1 m.

1 dm² (czytamy: 1 decymetr kwadratowy) to pole kwadratu o boku 1 dm.

1 cm² (czytamy: 1 centymetr kwadratowy) to pole kwadratu o boku 1 cm.

1 mm² (czytamy: 1 milimetr kwadratowy) to pole kwadratu o boku 1 mm.

Kwadraty o polach 1 cm² i 1 mm² wyglądają następująco:



1 cm²

■ 1 mm²

Ćwiczenie 1.

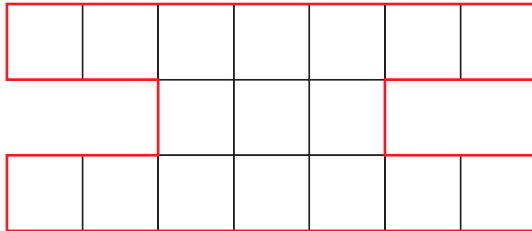
Narysuj w zeszyte kwadrat o polu 1 dm² i podziel go na kwadraty o polach 1 cm². Ile cm² mieści się w 1 dm²?



Jeżeli w figurze mieści się 17 kwadratów o boku 1 cm, to mówimy, że pole figury wynosi 17 centymetrów kwadratowych, co zapisujemy krótko:

$$P = 17 \text{ cm}^2$$

↑
pole



Ćwiczenie 2.

Z 4 kwadratów o boku 1 cm złoś dowolną figurę. Oblicz pole tej figury.

Ćwiczenie 3.

Ile kwadratów o polu 1 cm² zawiera prostokąt o wymiarach 5 cm × 8 cm?

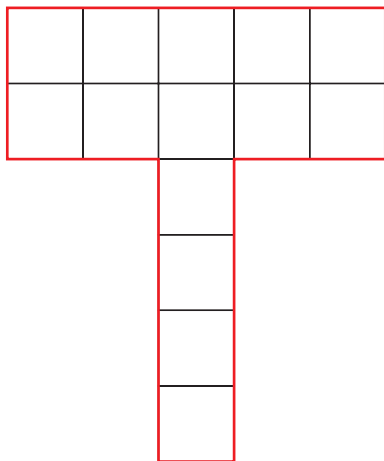
Ćwiczenie 4.

Ile płytek w kształcie kwadratów o polu 1 dm² zmieści się w prostokątnej kuchni o wymiarach 8 m × 4 m?

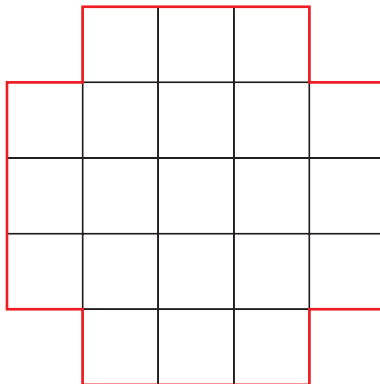
Zadania

1 Podaj w cm^2 pola narysowanych figur:

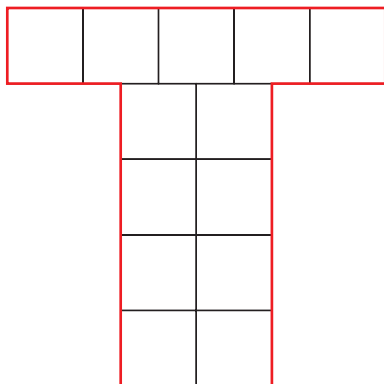
a)



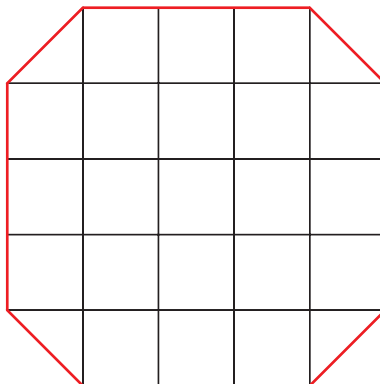
b)



c)




d)



2 Narysuj 3 różne figury o polu równym 8 cm^2 .

3 Narysuj 3 różne prostokąty o obwodzie 12 cm. Zapisz, ile wynosi pole każdego z nich.

 4 Wspólnie z kolegą lub koleżanką narysujcie na osobnej kartce 10 figur, takich że pole pierwszej wyniesie 20 cm^2 , a pole każdej kolejnej będzie o $1,5 \text{ cm}^2$ mniejsze. Jakie pole będzie miała dziesiąta figura?

5.3. Pole prostokąta i kwadratu

Przykład

Przykład 5.1.

Długość prostokąta wynosi 12 cm, a szerokość 3 cm. Jakie jest pole tego prostokąta?

Policzmy, ile kwadratów o polu 1 cm^2 zmieści się w tym prostokącie.

12 cm

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

3 cm

$$P = 36 \text{ cm}^2.$$

Nie każdą figurę można narysować (może być na przykład za duża). Dlatego należy ustalić sposób *obliczania* pola dowolnego prostokąta.

Nie trzeba dzielić prostokąta na kwadraty o polu 1 cm^2 i liczyć ich po kolei. Można powiedzieć, że w prostokącie są trzy rzędy, a w jednym rzędzie znajduje się 12 kwadracików. Zatem prostokąt składa się z 36 kwadracików (bo $12 \cdot 3 = 36$).

koniec przykładu 5.1.

Zauważmy, że 12 i 3 to liczby centymetrów, które są długością i szerokością prostokąta. Jeżeli więc znamy wymiary prostokąta, to aby obliczyć jego pole, należy pomnożyć długość przez szerokość.

$$P = 12 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$



Pole prostokąta = długość · szerokość



Ćwiczenie 1.

Oblicz pola prostokątów o wymiarach:

- a) $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, b) $16 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, c) $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$.

Kup ksi k

Pole ksi k

Przykład 5.2.

Oblicz pole prostokąta o długości 6 cm i szerokości 3 mm.

Ponieważ wymiary prostokąta podane są w centymetrach i milimetrach, najpierw należy długość i szerokość zapisać w jednakowych jednostkach.

Oba wymiary potrafimy zapisać w milimetrach:

długość: 6 cm = 60 mm,

szerokość: 3 mm.

$$P = 60 \text{ mm} \cdot 3 \text{ mm} = 180 \text{ mm}^2.$$

Pole prostokąta wynosi 180 mm².

Oba wymiary potrafimy zapisać w centymetrach:

długość: 6 cm,

szerokość: 3 mm = 0,3 cm.

$$P = 6 \text{ cm} \cdot 0,3 \text{ cm} = 1,8 \text{ cm}^2.$$

Pole prostokąta wynosi 1,8 cm².

koniec przykładu 5.2.

Ćwiczenie 2.

Oblicz pola prostokątów o wymiarach:

a) $3 \text{ dm} \times 20 \text{ cm}$,

b) $9 \text{ cm} \times 6 \text{ dm}$,

c) $4 \text{ m} \times 7 \text{ dm}$,

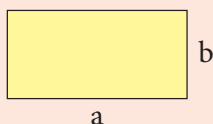
d) $2 \text{ cm} \times 2,3 \text{ dm}$,

e) $5,1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$,

f) $1\frac{1}{2} \text{ m} \times 4 \text{ m}$.



Oznaczmy boki prostokąta literami a i b .

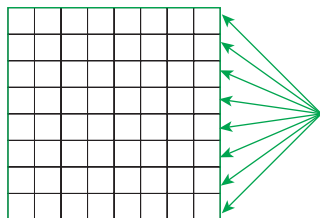


Wówczas pole prostokąta obliczymy według wzoru $a \cdot b$.

$$P = a \cdot b$$

Przykład 5.3.

Oblicz pole kwadratu o boku 8 cm.



8 rzędów,
a w każdym rzędzie
po 8 kwadracików
 $8 \cdot 8$

$$P = 8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^2$$

↑ ↑
długość szerokość

koniec przykładu 5.3.



Zauważ, że pole kwadratu obliczamy tak samo jak pole prostokąta (czyli mnożąc jego długość i szerokość). Nic dziwnego — przecież kwadrat też jest prostokątem.



a

Oznaczmy długość boku kwadratu literą a .

a Wówczas pole kwadratu obliczamy ze wzoru:

$$P = a \cdot a$$

$$P = a^2$$



Ćwiczenie 3.

Oblicz pole kwadratu o boku:

- a) 7 dm, b) 10 m, c) 8 mm,
d) 13 cm, e) 12 m, f) 25 dm.

Zadania


- 1 Działka państwa Kowalskich jest prostokątem o długości 28 m i szerokości 13 m. Oblicz powierzchnię tej działki.
- 2 Na ścianie zawieszono dwa obrazy, a pomiędzy nimi lustro. Obraz po lewej stronie ma wymiary 3 dm \times 7 dm, a obraz po prawej stronie — 4 dm \times 6 dm. Lustro ma wysokość 1 m, a szerokość 50 cm. Sprawdź, wykonując odpowiednie obliczenia, czy oba obrazy zajmują razem większą powierzchnię niż lustro.
- 3 Trawnik przed domem pana Andrzeja jest prostokątem o wymiarach 14 m \times 3 m. Pan Andrzej chce zasiać na nim trawę. Ile paczek z nasionami trawy musi kupić?
- 4 Jaką długość ma bok kwadratu o polu 36 m²?



- 5 Jakie wymiary może mieć prostokąt o polu 24 cm^2 ? Podaj kilka możliwości. Narysuj jeden z nich.
- 6 Dom, którego długość i szerokość mają po 15 m, wybudowano na prostokątnej działce o wymiarach $20 \text{ m} \times 25 \text{ m}$. Całą powierzchnię działki dookoła domu zajmuje trawnik. Jaka jest powierzchnia całej działki, a jaka trawnika? Ile kosztowała ta działka, jeżeli za 1 m^2 trzeba było zapłacić 350 zł?
- 7 W łazience państwa Kowalskich trzeba ułożyć kafelki na powierzchni $5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$. Ile m^2 kafelków należy kupić? Ile państwo Kowalscy zapłacą za te kafelki, jeżeli 1 m^2 kafelków kosztuje 21,50 zł?
- 8 Jeden z boków prostokąta ma 5 dm. Jaką długość ma drugi bok, jeżeli pole tego prostokąta wynosi 40 dm^2 ?



- A. 35 dm B. 20 dm C. 8 dm D. 4 dm

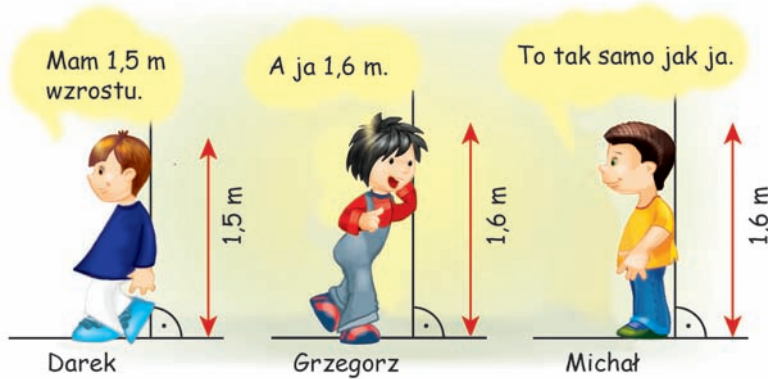
 9 Na dużej kartce papieru w kratkę (A4) narysujcie plan prostokątnej działki o wymiarach $18 \text{ m} \times 28 \text{ m}$ w skali 1 : 100.

- Narysujcie kwadrat w miejscu, gdzie będzie się znajdować altanka. Zaznaczcie wejście na działkę i ścieżkę prowadzącą od wejścia do altanki.
- Narysujcie prostokąty w miejscach, gdzie planujecie posadzić kwiaty i warzywa.
- Zaznaczcie małymi kółkami miejsca, gdzie posadzicie drzewa owocowe.
- Jak chcielibyście zagospodarować pozostałą część działki?
- Jakie wymiary ma Wasza altanka na rysunku, a jakie w rzeczywistości? Jakie ma pole?
- Jakie wymiary i pole na rysunku i w rzeczywistości ma część działki przeznaczona pod uprawę kwiatów, a jakie — część warzywna?
- Jaka jest najmniejsza odległość między dwoma „posadzonymi” przez Was drzewami?

Utwórzcie tabelę, w której znajdą się wszystkie odpowiedzi na powyższe pytania.



5.4. Pole równoległoboku



Trzech chłopców zabrało się do pomiaru swojego wzrostu. Który z nich zmierzył go poprawnie?

Poprawnie zmierzył swój wzrost tylko Michał, ponieważ wysokość mierzymy, stojąc prostopadłe do podłoża.



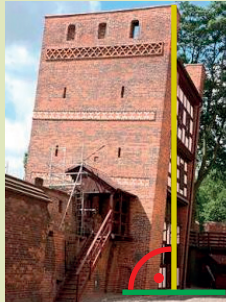
Ciekawostka

Aby pokazać, że wysokość należy mierzyć prostopadłe do podstawy, można posłużyć się przykładem krzywych wież. Najśłynniejszą jest Krzywa Wieża w Pizie (Włochy), ale i w Polsce można znaleźć podobne krzywe wieże. Jak zmierzyć ich wysokość?

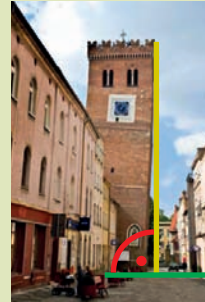
Żółtym odcinkiem zaznaczono na fotografiach wysokość, a zielonym — poziom podłoża (podstawę).



Krzywa Wieża
w Pizie



Krzywa Wieża
w Toruniu



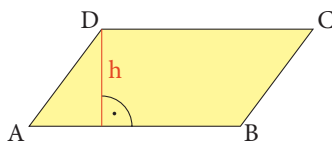
Krzywa Wieża
w Żąbkowicach Śląskich

Ćwiczenie 1.

Narysuj dowolny równoległobok $ABCD$. Zmierz odległość wierzchołka D od boku AB , wcześniej rysując odpowiedni odcinek.



Odcinek, który narysowałeś, to *wysokość równoległoboku*. Długość wysokości najczęściej oznacza się małą literką h . Można też używać symboli h_1, h_2, h_3, \dots



Bok, na który została opuszczona wysokość, nazywamy *podstawą równoległoboku*.

Długość wysokości równoległoboku jest równa odległości między jego równoległymi bokami.



Ćwiczenie 2.

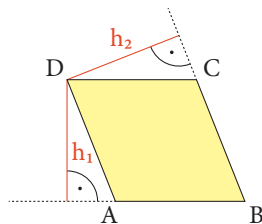
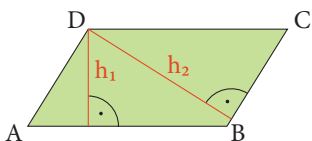
Narysuj równoległobok $KLMN$, a następnie z wierzchołka M poprowadź wysokość. Ile jest takich wysokości?



Ponieważ równoległobok ma dwie pary boków równoległych, ma on też dwie różne wysokości.



Z każdego wierzchołka równoległoboku można poprowadzić dwie wysokości.



Ćwiczenie 3.

Narysuj równoległobok $ABCD$. Z wierzchołka A wykreśl dwie wysokości.

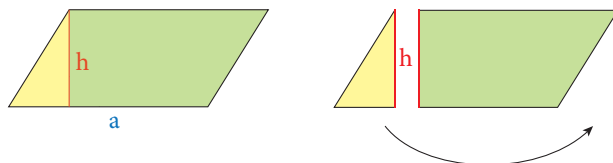




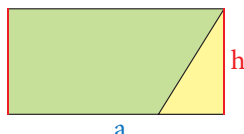
Ćwiczenie 4.

Narysuj równoległobok $ABCD$ i wysokość łączącą wierzchołek D z bokiem AB . Na jakie figury wysokość podzieliła ten równoległobok?

W ćwiczeniu 4. otrzymałeś trójkąt i trapez.



Jeżeli przetniemy równoległobok wzdłuż wysokości i otrzymany żółty trójkąt przeniesiemy na prawą stronę równoległoboku, otrzymamy prostokąt.

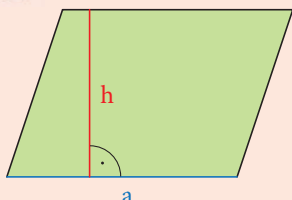


Aby obliczyć pole prostokąta, pomnożymy jego długość przez szerokość, czyli $P = a \cdot h$.

A ponieważ prostokąt ten zbudowaliśmy z równoległoboku, więc pole równoległoboku określa wzór $P = a \cdot h$.

Chyba już się domyślasz, jak trzeba liczyć pole równoległoboku?

Jasne, trzeba pomnożyć długość boku przez długość wysokości opuszczonej na ten bok.



$$P = a \cdot h$$

a — długość podstawy równoległoboku,

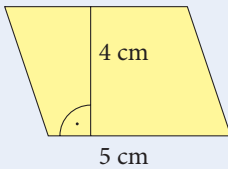
h — długość wysokości równoległoboku opuszczonej na podstawę równoległoboku.



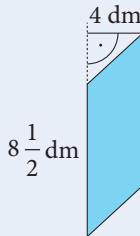
Ćwiczenie 5.

Oblicz pola narysowanych równoległoków:

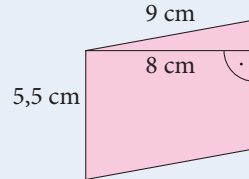
a)



b)



c)



Ćwiczenie 6.

Narysuj dowolny równoległok, zmierz potrzebne odcinki i oblicz jego pole.

Ćwiczenie 7.

Oblicz pole równoległoboku, którego bok ma długość 400 mm, a wysokość opuszczona na ten bok wynosi 200 mm.

Ćwiczenie 8.

Narysuj dowolny równoległok $ABCD$. Z wierzchołka A wykreśl obie wysokości. Zmierz potrzebne odcinki i oblicz pole tego równoległoboku dwoma sposobami, wykorzystując dwie wysokości.

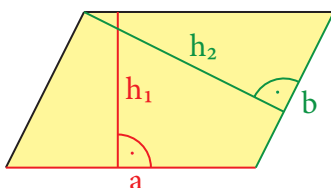
Czy tobie także wyszły dwa takie same wyniki?



Tak. A więc nie ma znaczenia, którą wysokość narysujemy, wystarczy dobrze dobrać do niej bok!



Obliczając pole dwoma sposobami, otrzymałeś ten sam wynik, więc:



$$P = a \cdot h_1$$

$$P = b \cdot h_2$$

$$a \cdot h_1 = b \cdot h_2$$

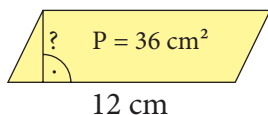




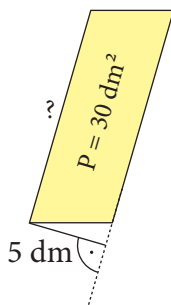
Zadania

- 1 W poniższych równoległobokach oblicz długości odcinków oznaczonych znakiem zapytania:

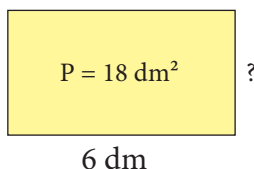
a)



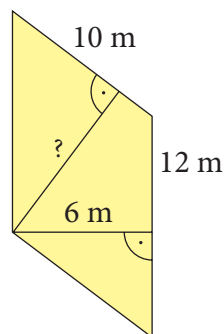
b)



c)



d)



- 2 Boki w równoległoboku są równe 80 mm i 7 cm. Wysokość opuszczona na krótszy bok ma długość 4 cm. Ile wynosi długość drugiej wysokości?

A. 3,5 cm B. 30 mm C. 35 cm D. 45 mm

- 3 Pole równoległoboku jest równe 24 m^2 . Jeden z jego boków ma długość 6 m. Jaką długość ma wysokość opuszczona na ten bok?



- 4 W równoległoboku jeden z boków ma długość 15 cm, natomiast wysokość opuszczona na ten bok jest od niego 2 razy dłuższa. Pole tego równoległoboku wynosi:

A. 60 cm^2 B. 120 cm^2 C. 450 cm^2 D. 900 cm^2



5.5. Pole rombu



Ćwiczenie 1.

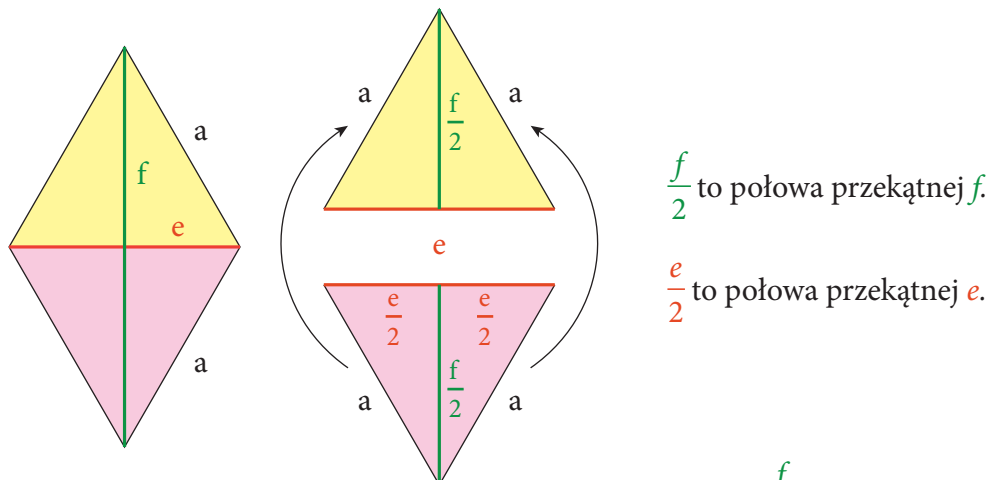
Narysuj romb i oblicz jego pole za pomocą wzoru na pole równoległoboku. Dlaczego możemy skorzystać z tego wzoru?

Ćwiczenie 2.

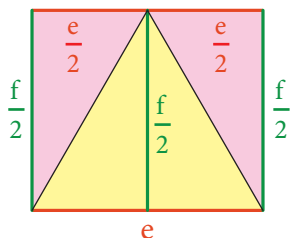
Narysuj romb i jego przekątne. Jakie figury otrzymałeś?

Przekątne rombu dzielą ten czworokąt na cztery identyczne trójkąty prostokątne.

Przetniemy teraz nasz romb wzdłuż przekątnej e , a następnie wzdłuż jednego z zielonych odcinków. Powstałe trójkąty prostokątne przenieśmy tak, jak pokazano na rysunku.



W ten sposób otrzymaliśmy prostokąt o bokach długości e i $\frac{f}{2}$. Jego pole obliczymy, mnożąc długość przez szerokość, czyli $P = \frac{e \cdot f}{2}$.



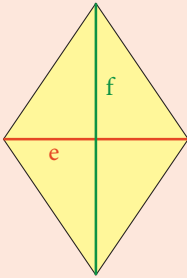
Ponieważ prostokąt powstał z rombu, więc pole rombu także określa wzór: $P = \frac{e \cdot f}{2}$

Umiem obliczyć pole rombu!
Mnożę długości przekątnych
i wynik dzielę przez dwa.



Ale pamiętaj,
że możesz też obliczać je tak
jak pole równoległoboku.





$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

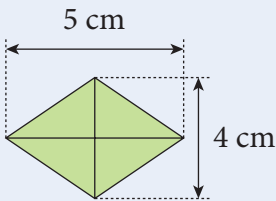
e, f — długości przekątnych rombu.



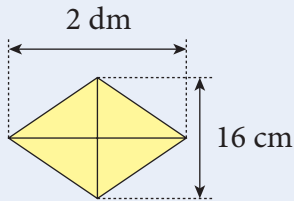
Ćwiczenie 3.

Oblicz pola rombów o podanych poniżej wymiarach:

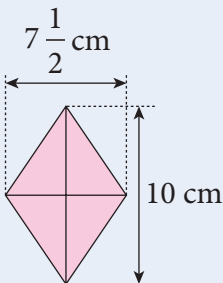
a)



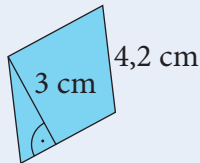
b)



c)



d)



Ćwiczenie 4.

Długości przekątnych rombu wynoszą 9 cm i 80 mm. Oblicz pole tego rombu.

Ćwiczenie 5.

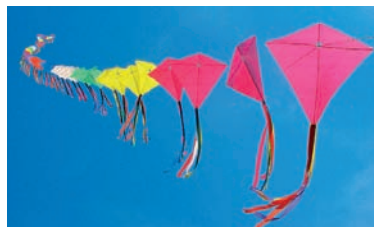
Jaką długość ma bok rombu, gdy jego wysokość ma długość 4,5 cm, a pole wynosi 27 cm^2 ?

Ćwiczenie 6.

Oblicz pole rombu, którego jedna przekątna ma długość 40 cm, a druga jest od niej o 20 cm dłuższa.

Zadania

- 1 Ile materiału potrzeba na zbudowanie latawca w kształcie rombu, jeżeli listewki mają długość 50 cm i 90 cm?
- 2 Pole rombu o wysokości równej 6 cm wynosi 54 cm^2 . Jaka jest długość boku rombu?
- 3 Narysuj romb o polu równym 10 cm^2 .
- 4 Oblicz długość drugiej przekątnej rombu, jeżeli pierwsza ma długość 5 cm, natomiast pole tego rombu wynosi 30 cm^2 .



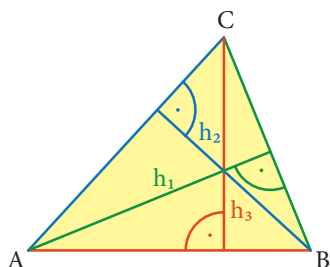
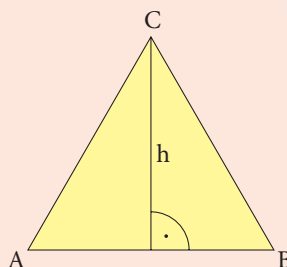
5.6. Wysokości trójkąta



Wysokość trójkąta to odcinek łączący wierzchołek trójkąta z przeciwległym bokiem pod kątem prostym.

Długość wysokości jest równa odległości wierzchołka trójkąta od przeciwległego boku.

Bok, na który została opuszczona wysokość, nazywamy **podstawą trójkąta**.



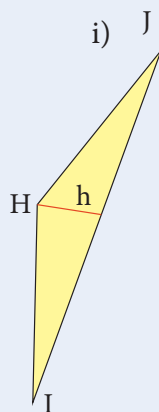
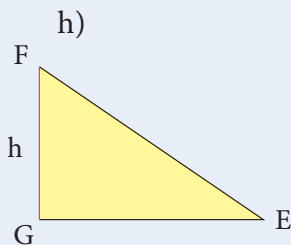
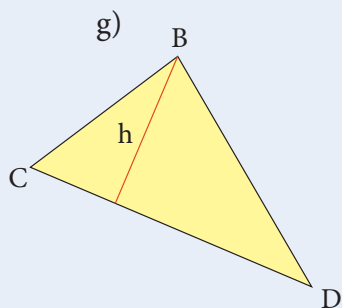
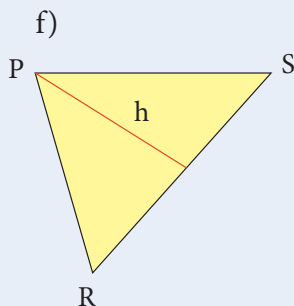
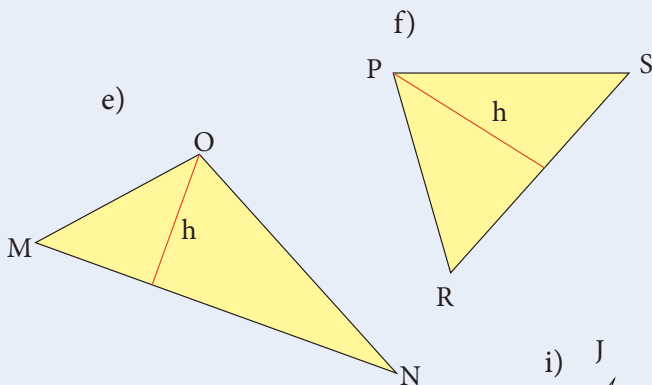
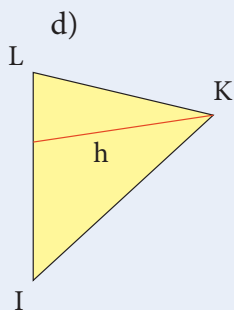
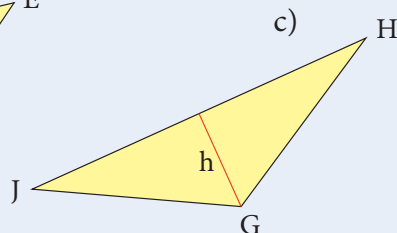
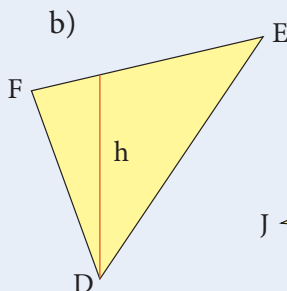
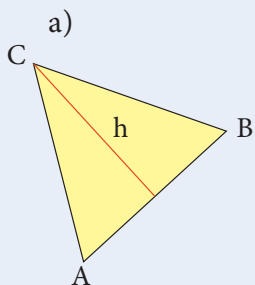
Trójkąt ma trzy wierzchołki, więc ma także trzy wysokości.





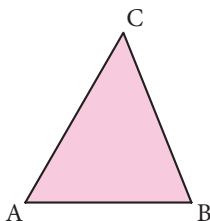
Ćwiczenie 1.

Wykorzystując ezierkę, sprawdź, które z rysunków przedstawiają trójkąt z prawidłowo narysowaną wysokością.

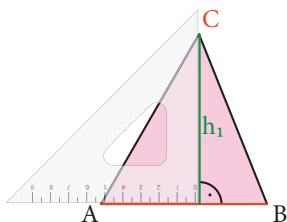


Przykład 5.4.

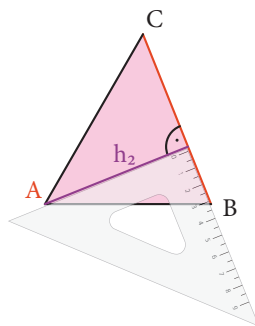
Narysuj trzy wysokości w trójkącie ostrokątnym ABC .



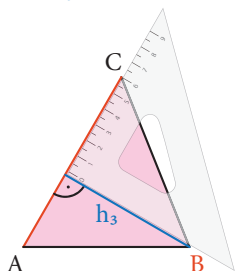
1. Rysujemy pierwszą wysokość z wierzchołka C . Przeciwległym bokiem do wierzchołka C jest bok AB , więc wysokość musi być prostopadła do tego odcinka. Za pomocą ekerki rysujemy wysokość h_1 .



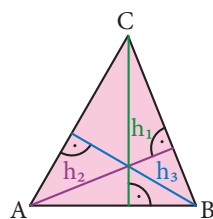
2. Rysujemy teraz drugą wysokość z wierzchołka A . Przeciwległym bokiem do wierzchołka A jest bok BC , więc wysokość jest odcinkiem prostopadłym do boku BC . Za pomocą ekerki rysujemy wysokość h_2 .



3. Rysujemy teraz trzecią wysokość opuszczoną z wierzchołka B na przeciwległy bok AC . Za pomocą ekerki rysujemy wysokość h_3 .



4. W ten sposób otrzymaliśmy wszystkie trzy wysokości trójkąta ABC .



koniec przykładu 5.4.

Ćwiczenie 2

Narysuj dwa trójkąty ostrokątne i wyznacz w nich wysokości.

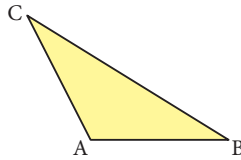
Kup ksi k

Pole ksi k

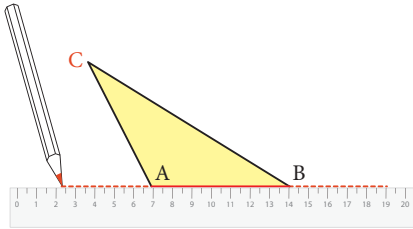


Przykład 5.5.

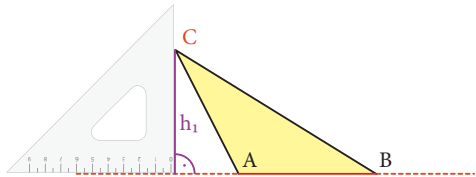
Narysuj trzy wysokości w trójkącie rozwartokątnym ABC .



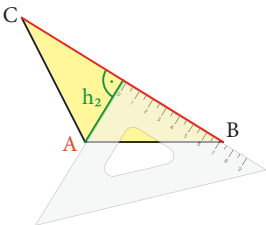
1. Rysujemy pierwszą wysokość z wierzchołka C . Przeciwległym bokiem do wierzchołka C jest bok AB , więc wysokość musi być prostopadła do tego odcinka. Aby narysować tę wysokość, przedłużymy bok AB .



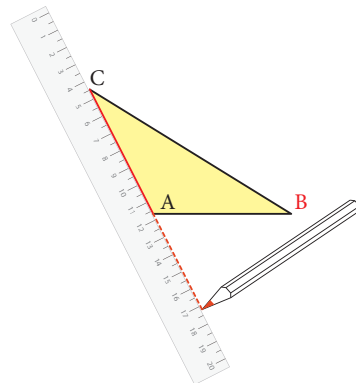
2. Teraz już z łatwością można narysować wysokość h_1 przy użyciu ekiejki.



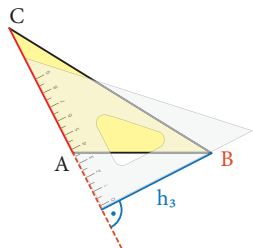
3. Rysujemy teraz drugą wysokość z wierzchołka A . Przeciwległym bokiem do wierzchołka A jest bok BC , więc wysokość jest odcinkiem prostopadłym do tego boku. Za pomocą ekiejki rysujemy wysokość h_2 .



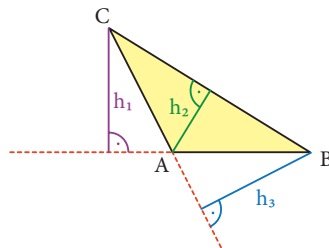
4. Rysujemy teraz trzecią wysokość opuszczoną z wierzchołka B na przeciwległy bok AC . Aby narysować tę wysokość, przedłużymy bok AC .



5. Teraz już z łatwością można narysować wysokość h_3 za pomocą ekerki.



6. W ten sposób otrzymaliśmy wszystkie trzy wysokości trójkąta ABC .



koniec przykładu 5.5.

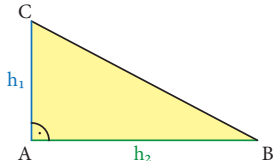
Ćwiczenie 3.

Narysuj trzy różne trójkąty rozwartokątne i w każdym z nich wykreśl wysokości.



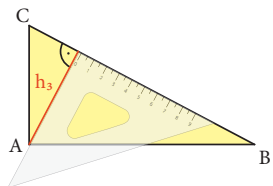
Przykład 5.6.

Narysuj wysokości w trójkącie prostokątnym.

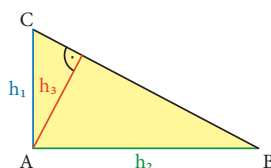


Ponieważ w trójkącie prostokątnym jeden kąt ma miarę 90° , więc boki przyległe do tego kąta są wysokościami trójkąta.

Trzecią wysokość wyznaczamy za pomocą ekerki.



W ten sposób otrzymaliśmy wszystkie wysokości w trójkącie ABC .



koniec przykładu 5.6.

Ćwiczenie 4.

Narysuj trzy dowolne trójkąty prostokątne. Zaznacz w nich wysokości i podaj ich długości.





Ćwiczenie 5.

Narysuj dowolne trójkąty ostrokątne, rozwartokątne i prostokątne. Poprowadź i zmierz w nich wszystkie wysokości.

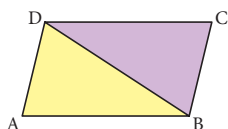


5.7. Pole trójkąta

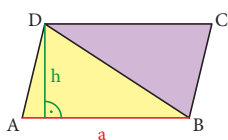


Ćwiczenie 1.

Narysuj dowolny równoległobok $ABCD$ i jego przekątną. Na jakie figury podzieliłeś ten równoległobok?



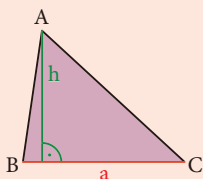
Każda przekątna dzieli równoległobok na dwa identyczne trójkąty mające te same pola. Obliczymy teraz pole takiego trójkąta.



Pole równoległoboku $ABCD$ obliczymy ze wzoru: $P = a \cdot h$. Skoro trójkąt ABD to połowa równoległoboku, więc pole trójkąta można obliczyć ze wzoru: $\frac{a \cdot h}{2}$.

Czyli jak mogę obliczyć pole trójkąta?

Bardzo prosto — mnożysz długość podstawy przez długość wysokości padającej na tę podstawę i dzielisz przez dwa.



$$P = \frac{a \cdot h}{2}$$

a — długość podstawy trójkąta,

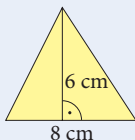
h — długość wysokości trójkąta opuszczonej na podstawę trójkąta.

Ćwiczenie 2.

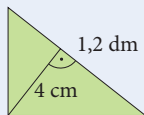
Oblicz pola trójkątów, których wymiary są podane przy rysunkach.



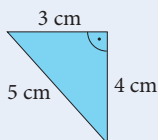
a)



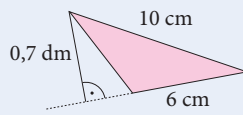
b)



c)



d)



Zadania



- 1 Oblicz pole trójkąta równoramiennego, którego podstawa ma długość 10 cm, a wysokość opuszczona na tę podstawę jest od niej o 4 cm dłuższa.
- 2 Narysuj trójkąt równoboczny o obwodzie równym 18 cm. Oblicz pole tego trójkąta, mierzając najpierw jego wysokość.

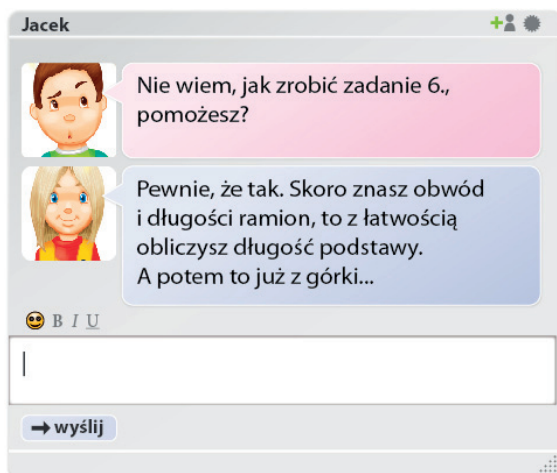
- 3 Podstawa trójkąta jest równa $\frac{3}{4}$ wysokości opuszczonej na tę podstawę. Wysokość ta ma długość 16 cm. Pole tego trójkąta wynosi:
A. 32 cm^2 B. 192 cm^2 C. 64 cm^2 D. 96 cm^2



- 4 Podstawa trójkąta o polu 30 cm^2 ma długość 6 cm. Jaką długość ma wysokość opuszczona na tę podstawę?

- 5 Narysuj trójkąt o polu równym:
a) 20 cm^2 , b) 30 cm^2 .

- 6 Obwód trójkąta równoramiennego o ramionach długości 10 cm wynosi 32 cm. Oblicz pole tego trójkąta, wiedząc, że wysokość opuszczona na jego podstawę jest o 4 cm krótsza od tej podstawy.



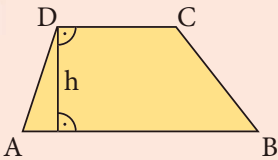


5.8. Pole trapezu



Ćwiczenie 1.

Narysuj dowolny trapez, trapez równoramienny i trapez prostokątny. W każdym z tych trapezów zaznacz odcinek prostopadły do obu podstaw. Zwróć uwagę, że w każdym trapezie możesz narysować kilka takich odcinków, ale wszystkie będą miały taką samą długość.



Odcinek łączący podstawy trapezu pod kątem prostym nazywamy *wysokością trapezu*.

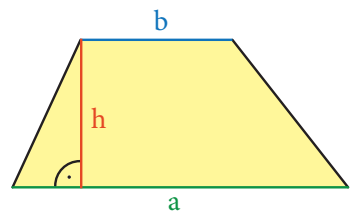


Ćwiczenie 2.

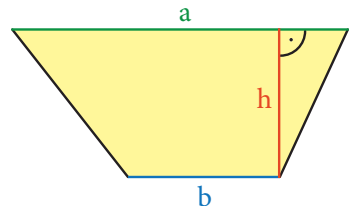
Zmierz wysokości trapezów, które narysowałeś w poprzednim ćwiczeniu.

Znajdziemy teraz wzór na pole trapezu.

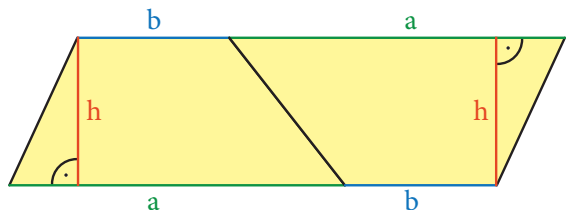
Narysujmy dowolny trapez i oznaczmy długości jego podstaw jako a i b . Narysujmy też wysokość o długości h .



Rozważmy teraz identyczny trapez tylko obrócony w sposób pokazany na rysunku.



Połączmy teraz oba trapezy ramionami. Otrzymany w ten sposób równoległobok ma bok o długości $a + b$ oraz opuszczoną na ten bok wysokość o długości h .



Kup ksi k

Pole ksi k

PROGRAM PARTNERSKI

GRUPY WYDAWNICZEJ HELION



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW
w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA WYDAWNICZA

 **Helion SA**

Dobre wyniki z matematyki!

Ten podręcznik jest niczym najlepszy kolega każdego piątoklasisty — nie dość, że zawsze w pobliżu, to jeszcze prymus! W przystępny sposób wyjaśni, jak wykonać pewne matematyczne czynności lub wytłumaczy trudne zwroty. Podpowie, jak odjąć ułamki, i podsunie wzór na pole trójkąta. Z łatwością także pomoże opanować przestrzeń graniastostupa. Uczeń bez problemów opanuje przygotowane dla niego sześć rozdziałów z zakresu liczb i figur geometrycznych.



Do zestawu została dołączona wyjątkowa **płyta multimedialna**, zawierająca mnóstwo zadań interaktywnych, animacji, gier edukacyjnych, zabaw oraz ćwiczeń dodatkowych z poszczególnych działów.

Kompletny zestaw Matematyka Europejczyka. Klasa 5 stanowią: **podręcznik + zbiór zadań + trzy zeszyty ćwiczeń.**



Zestaw podręczników, zbiorów zadań i zeszytów ćwiczeń z serii *Matematyka Europejczyka* wydawnictwa Helion pozwala uczniom zdobywać wiedzę poprzez zabawę, a nauczycielom ułatwia przekazywanie nowego materiału w interesujący i niebanalny sposób.

Matematyka Europejczyka – TO SIĘ LICZY!

<http://edukacja.helion.pl>

Nr katalogowy: 5077



Księgarnia internetowa:

<http://helion.pl>



Zamówienia telefoniczne:

0 801 339900



0 601 339900



Helion

Sprawdź najnowsze promocje:

• <http://helion.pl/promocje>

Książki najchętniej czytane:

• <http://helion.pl/bestsellery>

Zamów informacje o nowościach:

• <http://helion.pl/nowosci>

Helion SA
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
e-mail: helion@helion.pl
<http://helion.pl>

helion.pl
księgarnia
internetowa

ISBN 978-83-246-1770-8



9 788324 617708

Informatyka w najlepszym wydaniu